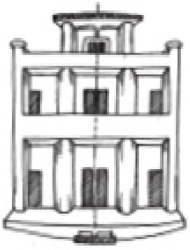
अध्यायः 14

सममितिः

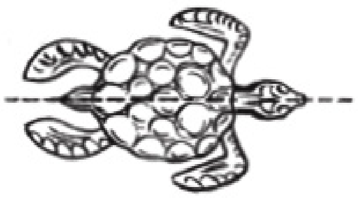
14.1 भूमिका

सममितिः एका महत्त्वपूर्णा ज्यामितीया अवधारणा अस्ति, या सामान्यतः प्रकृतौ प्रदर्शिता भवति तथा च प्रायेण अस्याः प्रयोगः क्रियाविधीनां सर्वेषु क्षेत्रेषु भवति। कलाकारः, उद्यमी, वस्त्राणाम् अथवा आभूषणानां प्रारूप-कर्ता, याननिर्माता, वास्तुशिल्पी तथा च नैके अन्ये सममिति-विषयस्य प्रयोगं कुर्वन्ति। भवद्भिः मधुमक्षिकाणां मधुकोशेषु (करण्डेषु), पुष्पेषु, वृक्षपर्णेषु, धार्मिकचिह्नेषु, आविकेषु तथा च करवस्त्रेषु इत्यादिषु स्थानेषु सममिति-प्रारूपाणि दृश्यन्ते।



स्थापत्यम्

आभियान्त्रिकी

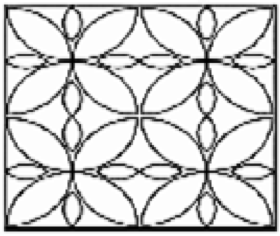


प्रकृतिः

भवन्तः गतकक्ष्यायां रैखिकसममितेः विषये कञ्चन अनुभवं लब्धवन्तः सन्ति।

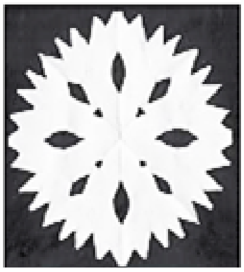
यदि कस्याञ्चित् आकृत्याम् एका रेखा एतादृशी स्यात् यस्याः अनुदिशं तस्याम् आकृत्यां वक्रीकृतायां सत्याम् आकृत्याः उभौ भागौ परस्परं सम्पातिनौ भवेतां तदा साः आकृतिः रैखिक-सममितिः भवति।

भवन्तः इमाः अवधारणाः स्मर्तुम् अर्हन्ति। भवतां साहाय्यार्थम् अत्र केचन क्रियाविधयः दीयमानाः सन्ति।



सममितिं दर्शयमाणाम् एकां चित्रपञ्जिकां निर्मान्तु

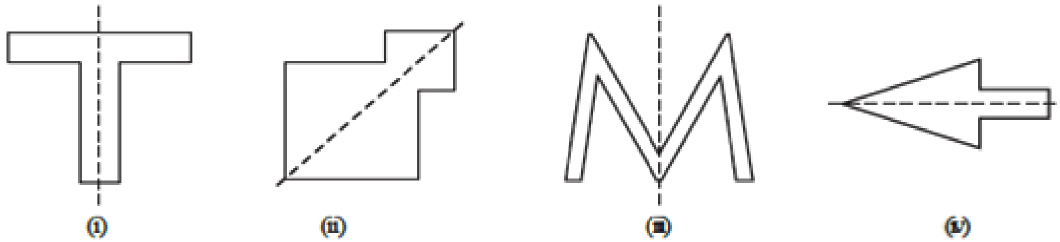
कानिचन वर्णयुतानि आकर्षकाणि सममितेः मषी-पिशाचचिह्नानि निर्मान्तु



कानिचन कागद-कर्तितानि सममिति-प्रारूपाणि निर्मान्तु

एकत्रीकृतेषु प्रारूपेषु सममित-रेखाणां परिज्ञानस्य आनन्दं गृह्णन्तु ।

आयान्तु इदानीं सममितीनां विषये स्वीयाः अवधारणाः इतोऽपि दृढीकुर्म । अधोलिखितानाम् आकृतीनां विषये अध्ययनं कुर्वन्तु यासु सममित-रेखाः बिन्द्वङ्कित-रेखाभिः अङ्किताः सन्ति । [आकृतिः 14.1 (i) - (iv)]



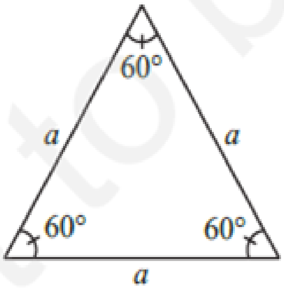
आकृतिः 14.1

14.2 समबहुभुजानां कृते सममितरेखाः

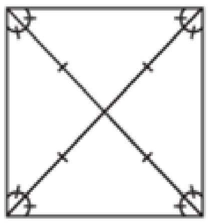
भवन्तः जानन्ति यद् एकं बहुभुजम् एका एतादृशी पिहितमुखाकृतिः अस्ति या अनेकैः रेखाखण्डैः निर्मिता भवति । एकं त्रिभुजं न्यूनतमैः रेखाखण्डैः निर्मितं बहुभुजम् अस्ति । (किं भवन्तः एतेभ्यः रेखाखण्डेभ्यः अपि न्यूनरेखाखण्डयुतं किमपि बहुभुजं निर्मातुं शक्नुवन्ति ? अस्मिन् विषये विचारयन्तु ।)

यदि कस्यचित् त्रिभुजस्य सर्वेषां भुजानां दैर्घ्यं समानं तथा च सर्वेषां कोणानां मापः समानः भवेत् तदा तद् बहुभुजं समबहुभुजम् इति कथ्यते । अनेन प्रकारेण किमपि समबाहुत्रिभुजं त्रिभुजयुतम् एकं समबहुभुजं भवति । किं भवन्तः चतुर्भुजवतः कस्यचित् समबहुभुजस्य नाम वक्तुं शक्नुवन्ति ?

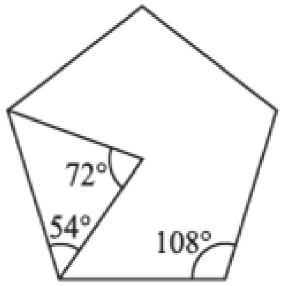
किमपि समबाहुत्रिभुजम् एकं समबहुभुजम् अस्ति यतो हि अस्य प्रत्येकं भुजस्य दैर्घ्यं समानं भवति तथा च अस्य प्रत्येकं कोणस्य मापः 60°मितः भवति (आकृतिः 14.2) ।



आकृतिः 14.2



आकृतिः 14.3

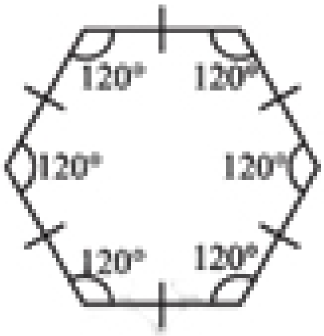


आकृतिः 14.4

वर्गः अपि एकं समबहुभुजम् अस्ति यतो हि अस्य सर्वे भुजाः समानाः भवन्ति अथ च अस्य प्रत्येकं कोणः एकः समकोणः (अर्थात् 90°) भवति । वर्गस्य विकर्णौ परस्परं समकोणे मिथः समद्विभाजितौ भवतः (आकृतिः 14.3) ।

यदि किमपि पञ्चभुजम् एकं समबहुभुजम् अस्ति तदा स्वाभाविकम् अस्ति यत् अस्य भुजाः अपि समानदीर्घाः कोणाः च समानमापाः स्युः । भवन्तः अग्रे पठिष्यन्ति यद् अस्य प्रत्येकं कोणस्य मापः 108°मितः इति भवति (आकृतिः 14.4) ।

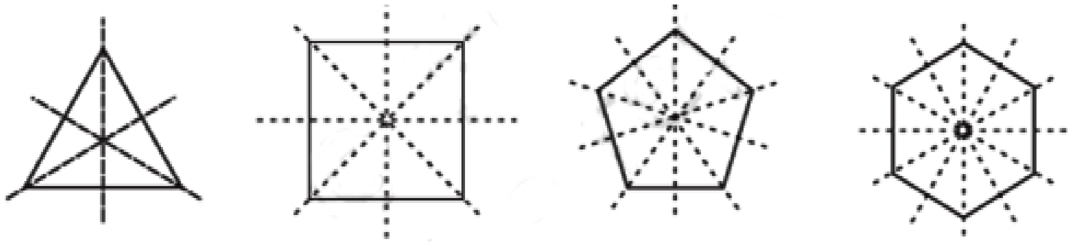
कस्यचित् समषड्भुजस्य सर्वे भुजाः समानाः भवन्ति तथा च अस्य प्रत्येकं कोणस्य मापः 120°मितः भवति । अस्याः आकृत्याः विषये भवन्तः इतोऽपि अधिकम् अनन्तरं पठिष्यन्ति (आकृतिः 14.5) ।



आकृतिः 14.5

समबहुभुजाः सममिताकृतयः भवन्ति अत एव आसां सममितरेखाः अतीव रूचिकराः भवन्ति । प्रत्येकं समबहुभुजस्य तावत्यः एव सममितरेखाः भवन्ति यावत्यः तस्य भुजाः भवन्ति [आकृतिः 14.6 (i) - (iv)]।

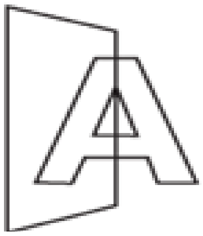
तिस्रः सममितरेखाः चतस्रः सममितरेखाः पञ्च सममितरेखाः षड् सममितरेखाः



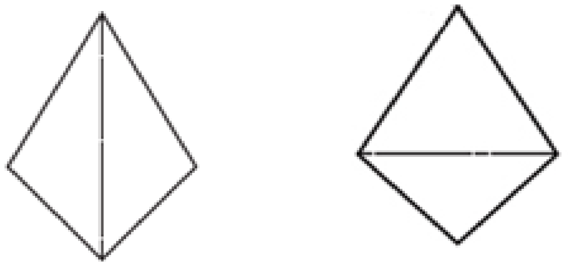
समबाहुत्रिभुजम् (i) वर्गः (ii) समपञ्चभुजम् (iii) समषड्भुजम् (iv)

आकृतिः 14.6

सम्भवतः भवन्तः कागदवक्र-क्रियाविधिभिः अस्य अन्वेषणं कर्तुम् एषिष्यन्ति। चिन्ता नास्ति अग्रे सरन्तु। रैखिक-सममितेः अवधारणायाः सम्बन्धः दर्पण-परावर्तनेन सह निकट-सम्बन्धः अस्ति। कस्मिंश्चिद् आकारे रैखिक-सममितिः तदा भवति यदा तस्य अर्धः भागः अपरस्य अर्धभागस्य दर्पण-प्रतिबिम्बः स्यात् (आकृतिः 14.7)। अनेन प्रकारेण काचित् दर्पणरेखा काञ्चित् सममितरेखां द्रष्टुं ज्ञातुं वा अस्माकं साहाय्यं करोति। (आकृतिः 14.8)।

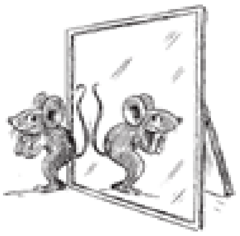


आकृतिः 14.7



किं बिन्दुभिः अङ्किता रेखा दर्पणरेखा अस्ति ? आम्। किं बिन्दुभिः अङ्किता रेखा दर्पणरेखा अस्ति ? न।

आकृतिः 14.8

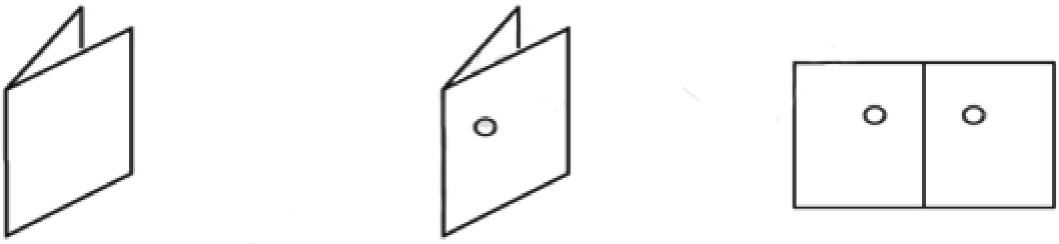


अत्र आकारौ तु समानौ स्तः परन्तु दिशा विपरीता अस्ति।

आकृतिः 14.9

दर्पण-परावर्तनेन सह कार्यकरणसमये एतद् अवधातव्यं भवेत् यद् कस्याश्चित् आकृतेः अभिमुखेषु दक्षिण-वाम- परिवर्तनं जायते (आकृतिः 14.9)।

इमां छिद्रकर्त्रीं क्रीडां क्रीडत !



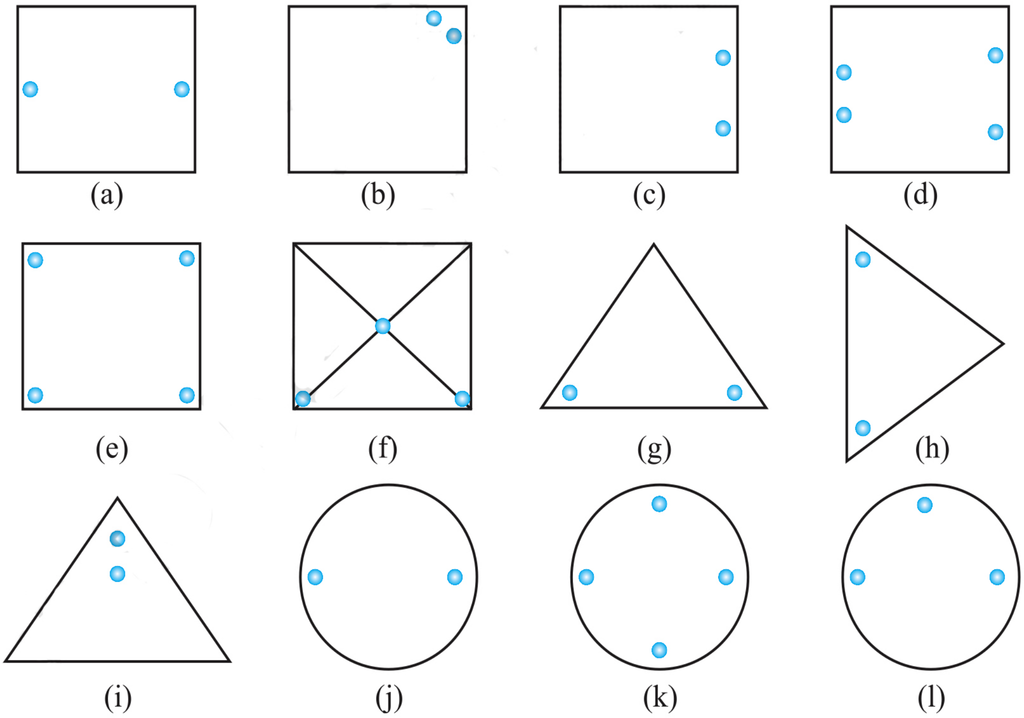
कमपि कागदं भागद्वये वक्रीकुर्वन्तु एकं छिद्रं कुर्वन्तु वक्रचिह्नस्य अनुदिशं छिद्रद्वयम्

आकृतिः 14.10

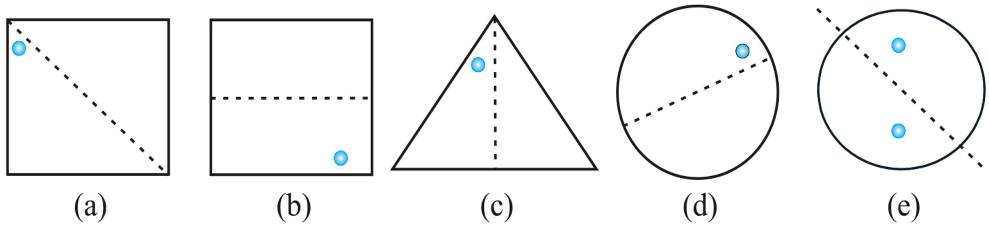
वलयचिह्नम् एका सममितरेखा (अथवा अक्षः) अस्ति। वक्रीभूते कागदे विभिन्न-स्थानेषु निर्मित-छिद्राणां तथा च सङ्गत-सममितरेखाणाम् अध्ययनं कुर्वन्तु (आकृतिः 14.10)।

प्रश्नावली 14.1

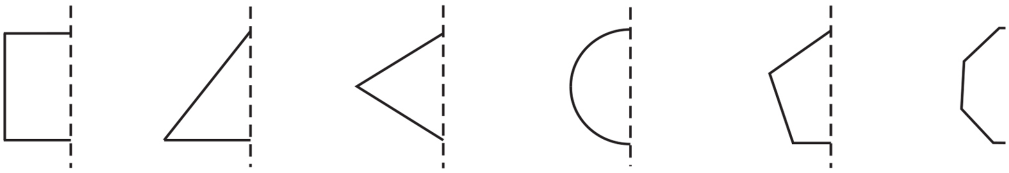
1. अधोलिखितानां छिद्रीकृतीनाम् आकृतीनां प्रतिलिपीः निर्माय (आलिख्य) तासु एकैकस्याः सममितरेखां ज्ञातुं प्रयासं कुर्वन्तु :



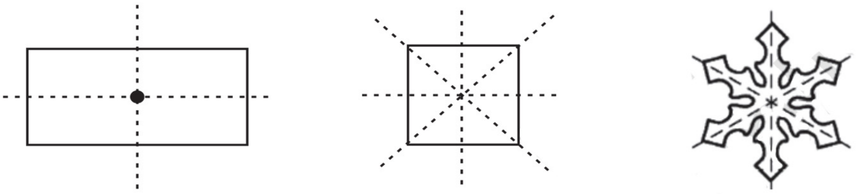
2. अधः सममितरेखाः दत्ताः सन्ति। अन्यस्य छिद्रस्य ज्ञानं कुरूत।



3. अधः लिखितासु आकृतिषु दर्पणरेखा (अर्थात् सममितरेखा) बिन्द्वङ्कित-रेखारूपेण दत्ता अस्ति। बिन्द्वङ्कित-रेखायां प्रत्येकम् आकृतेः परावर्तनं कृत्वा प्रत्येकम् आकृतिं पूरयन्तु। (भवन्तः बिन्द्वङ्कित-रेखायाः अनुदिशम् एकं दर्पणं स्थापयितुम् अर्हन्ति पुनश्च प्रतिबिम्बाय दर्पणे द्रष्टुं शक्नुवन्ति।) किं भवन्तः पूर्णीकृतायाः आकृतेः नाम स्मरन्ति ?

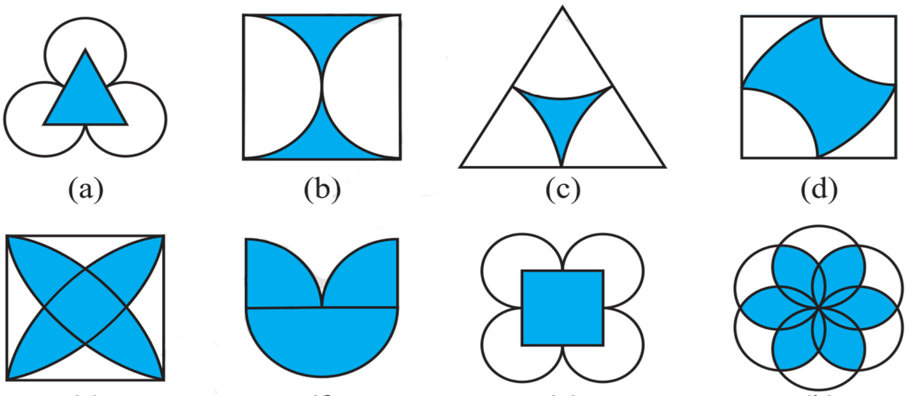


4. अधोलिखिताकृतीनाम् एकाधिकाः सममितरेखाः सन्ति। एतादृशीनाम् आकृतीनां कृते कथ्यते यत् एतासाम् अनेकाः सममितरेखाः सन्ति।



(a) (b) (c)

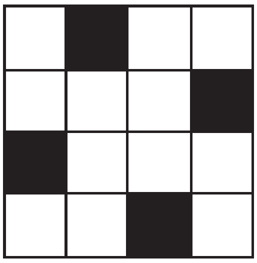
अधोलिखिताकृतिषु प्रत्येकस्यां विविध-सममितरेखाणाम् (यदि स्यात् तदा) परिचयनं कुरुत :



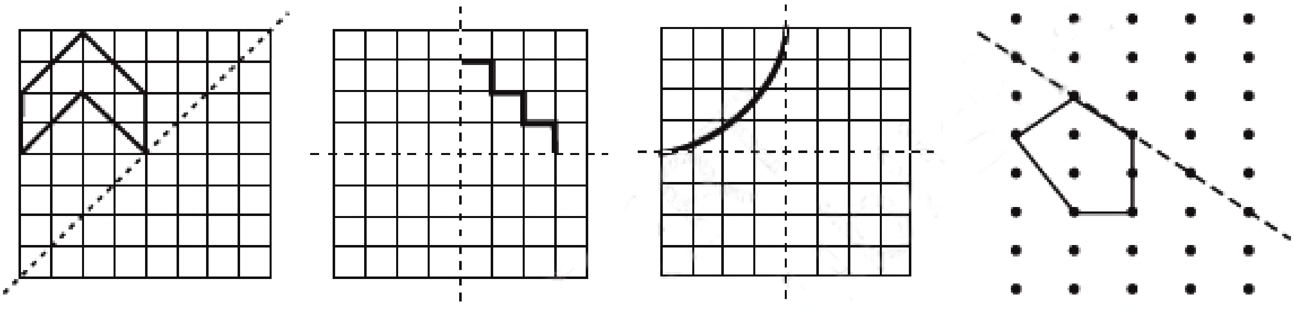
(a) (b) (c) (d)

(e) (f) (g) (h)

5. अत्र प्रदत्तायाः आकृतेः प्रतिलिपिं निर्मान्तु।
कस्यचित् एकस्य विकर्णस्य सममितरेखाः स्वीकुर्वन्तु तथा च कांश्चन वर्गान् तथा छायाङ्कितान् कुर्वन्तु यत् इयम् आकृतिः अस्य विकर्णस्य अनुदिशं सममिता भवेत्। किम् एतत् कर्तुम् एकाधिकाः विधयः सन्ति ? किम् एषा आकृतिः द्वयोः विकर्णयोः अनुदिशं सममिता भविष्यति ?



6. अधोलिखितारेखाणां प्रतिलिपिं कुर्वन्तु तथा च प्रत्येकम् आधारं तथा च पूर्णं कुर्वन्तु येन सः आकारः दर्पणरेखायाः अनुदिशं सममितः स्यात् :



(a) (b) (c) (d)

7. अधोलिखिताकृतीनां कृते सममित-रेखाणां सङ्ख्याः ज्ञापयन्तु :
(a) एकं समबाहुत्रिभुजम् (b) एकं समद्विबाहुत्रिभुजम् (c) एकं विषमबाहुत्रिभुजम्
(d) एकः वर्गः (e) एकः आयतः (f) एकं समचतुर्भुजम्
(g) एकं समान्तर-चतुर्भुजम् (h) एकं चतुर्भुजम् (i) एकं समषड्भुजम्
(j) एकं वृत्तम्

8. आङ्ग्लवर्णमालायाः केषु वर्णेषु अधोलिखितस्य अनुदिशं परावर्तन-सममितिः (दर्पण-परावर्तनेन सम्बधिता सममितिः) अस्ति -
(a) एकः ऊर्ध्वाधरः दर्पणः (b) एकः तिर्यक्-दर्पणः (c) उभौ ऊर्ध्वाधर-तिर्यक्-दर्पणौ

9. एतादृशानाम् आकाराणाम् त्रीणि उदाहरणानि यच्छन्तु येषु काचिद् अपि सममितरेखा न स्यात्।

10. भवन्तः अधोलिखिताकृतीनां सममित-रेखाणां कृते अन्यत् किं नाम दातुं शक्नुवन्ति ?

(a) एकं समद्विबाहुत्रिभुजम् ? (b) एकं वृत्तम् ?

14.3 घूर्णनसममितिः

यदा घटिकायाः सूचिकाः घूर्णन्ति तदा भवन्तः किं कथयन्ति ? भवन्तः कथयन्ति यद् इमाः घूर्णनं कुर्वत्यः सन्ति।

घट्याः सूचिकाः एकस्यामेव दिशि घूर्णन्ति। एतद् घूर्णनम् एकं बिन्दुं परितः भवति यश्च (बिन्दुः) घटिकायाः केन्द्रम् अस्ति।

घट्याः सूचिकाः यस्यां दिशायां घूर्णन्ति तद् घूर्णनं दक्षिणावर्त-घूर्णनम् इति उच्यते अन्यथा घूर्णनं वामावर्तम् इति कथ्यते।

छदेः व्यञ्जन-पत्राणां घूर्णन-विषये भवन्तः किं वक्तुम् अर्हन्ति ? किम् इमानि दक्षिणावर्त-दिशायां घूर्णन्ति अथवा वामावर्त-दिशायां घूर्णन्ति ? अथवा उभयोः दिशयोः घूर्णन्ति ?

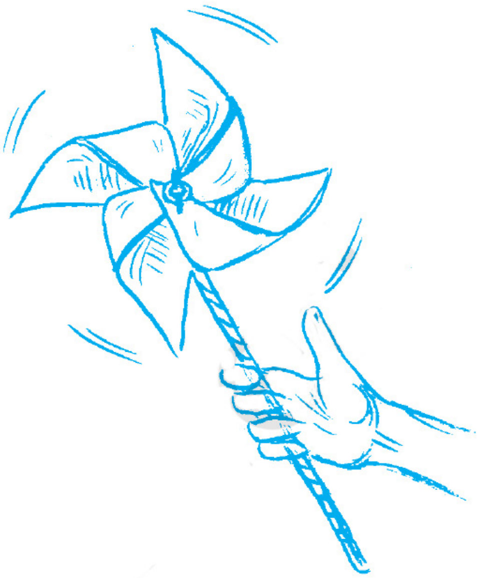
यदि भवन्तः द्विचक्रिकायाः एकं चक्रं भ्रामयन्ति तदा तद् घूर्णनं करोति। एतद् उभयोः एव दिशयोः अर्थाद् दक्षिणावर्तदिशायाम् अथ च वामावर्त-दिशायां घूर्णनं कर्तुम् अर्हति (i) दक्षिणावर्त-वामावर्त-घूर्णनयोः प्रत्येकार्थं त्रीणि उदाहरणानि यच्छन्तु।

यदि किमपि वस्तु घूर्णति तर्हि तस्य आकारे मापे च किमपि परिवर्तनं न जायते। घूर्णनं नाम कस्यचिद् वस्तुनः एकं निश्चितबिन्दुं परितः भ्रमणम् इति अस्ति। एषः निश्चितबिन्दुः घूर्णन-केन्द्रम् इति उच्यते। घटिकासूचिकानां घूर्णनकेन्द्रं किम् अस्ति ? अस्मिन् विषये विचारं कुर्वन्तु। घूर्णनावधौ घूर्णितः कोणः घूर्णन-कोणः इति उच्यते।

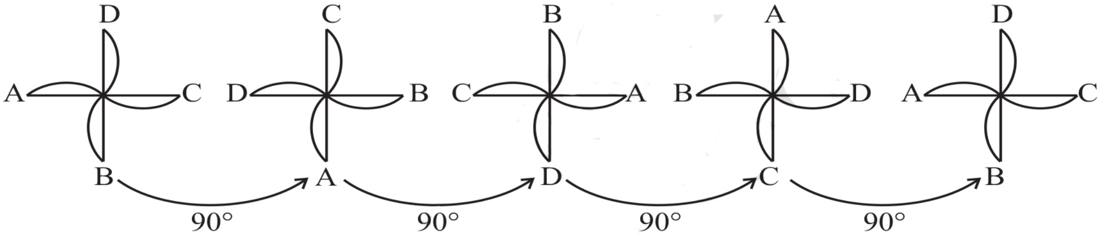
भवन्तः जानन्ति यत् एकस्मिन् वृत्ते 360°मितं घूर्णनं भवति। (i) एकस्य अर्धावर्तस्य (ii) चतुर्थांशावर्तस्य च घूर्णनकोणानां मापः क्रमशः कः अस्ति ? कस्यचित् अर्धावर्तस्य अर्थः 180°मितं घूर्णनम् अस्ति अथ च चतुर्थांशावर्तस्य अर्थः नवतिः 90°मितं घूर्णनम् अस्ति।

यदा द्वादशवादनं भवति तदा घट्याः उभे एव सूचिके समानस्थाने तिष्ठतः। त्रिवादनं यावत् तदा निमेष-सूचिका आवृति-त्रयं पूर्णं करोति परन्तु होरासूचिका केवलम् 1/4 आवृत्तिम् एव करोति। तयोः षड्वादने का स्थितिः भवति इति विषये भवतां कः विचारः अस्ति ?

किं भवद्भिः कदाचित् कागदस्य वातपेषणी निर्मिता ? आकृतौ दर्शिता कागदस्य वातपेषणी सममिता दृश्यते। (आकृतिः 14.11) परन्तु भवद्भिः अस्याः कापि सममितरेखा न प्राप्यते। यदि एतां केनापि प्रकारेण वक्रीकुर्मः तदापि उभौ अर्धभागौ सम्पातिनौ न भविष्यतः। यदि भवन्तः एतां स्थिरबिन्दुम् (केन्द्रम्)परितः 90°मिते कोणे भ्रामयन्ति तदा भवन्तः द्रक्ष्यन्ति यद् वातपेषण्याः आकारः 14.11 इति आकृत्यनुसारं पूर्ववद् एव अस्ति। वयं कथयामः यत् वातपेषण्याम् एका घूर्णन-सममितिः अस्ति।



आकृतिः 14.11

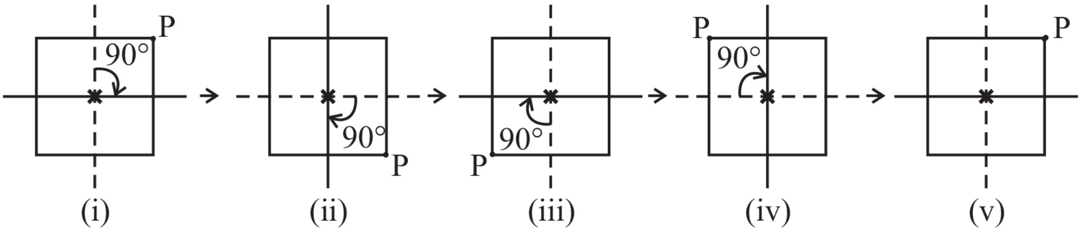


आकृतिः 14.12

एकस्यां पूर्णावृत्तौ एतादृश्यः चतस्रः स्थितयः भवन्ति (90°,80°, 270° तथा च 360° इति कोणेषु भ्रामयामः चेत् अथवा घूर्णने सति) यदा वातपेषणी पूर्ववद् दृश्यते (आकृतिः 14.12)। अनेन कारणेन वयं कथयामः यद् वातपेषण्यां चतुर्थ-क्रमस्य घूर्णन-सममितिः अस्ति।

घूर्णनसममितेःएकम् अन्यम् उदाहरणं पश्यन्तु। कस्मिंश्चिद् वर्गे विचारं कुर्वन्तु यस्य कोणः (अथवा शीर्षम्) P इति अस्ति (आकृतिः 14.13)।

आगच्छन्तु अस्य वर्गस्य केन्द्रम् x द्वारा अङ्कीकृत्य एतं बिन्दुं परितः इमं वर्गं चतुर्थांशावृत्त्या भ्रामयन्तु।



आकृतिः 14.13

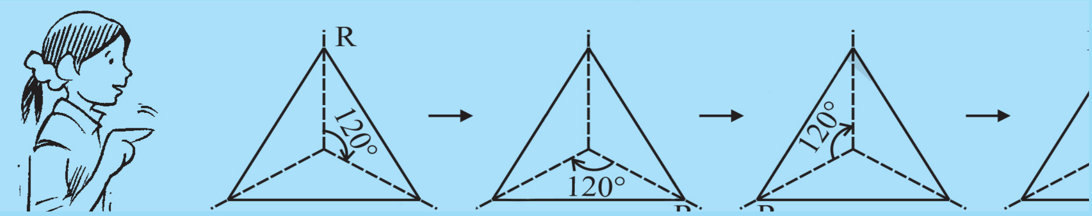
14.13 (i) इति आकृतौ अस्य प्रारम्भिकी स्थितिः अस्ति। केन्द्रं परितः 90°मिते कोणे भ्रामिते सति 14.13 (ii) इति आकृतिः प्राप्यते। इदानीम् P इति बिन्दोः स्थितिं पश्यन्तु। वर्गं पुनः 90°मितेन कोणेन भ्रामयन्तु। भवद्भिः 14.13 (iii) इति आकृतिः प्राप्यते। अनेन प्रकारेण यदा भवन्तः एतद् वर्गं चतुरः ¼ भ्रमणानि भ्रामयन्ति तदा अयं वर्गः स्वीयां प्रारम्भिक-स्थितिं प्राप्नोति। अधुना इयम् 14.13 (i) इति आकृतिः इव दृश्यते। एतत् P द्वारा गृहीताभिः विभिन्नाभिः स्थितिभिः द्रष्टुं शक्यते।

अनेन प्रकारेण कस्मिंश्चिद् वर्गे तत्केन्द्रं परितः चतुर्थ-क्रमस्य घूर्णन-सममितिः भवति। अवधानं कुर्वन्तु यत् अस्यां स्थितौ

(i) घूर्णनस्य केन्द्रं वर्गस्य केन्द्रम् अस्ति।
(ii) घूर्णनस्य कोणः 90° मितः अस्ति।
(iii) घूर्णनस्य दिशा दक्षिणावर्ता अस्ति।
(iv) घूर्णन-सममितेः क्रमः चतुर्थः अस्ति।

प्रयासं कुर्वन्तु

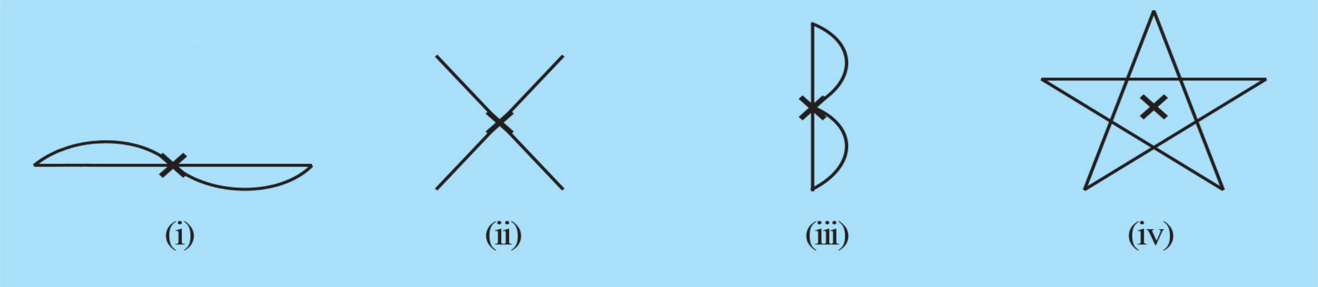
1. (a) किं भवन्तः कस्यचित् समबाहुत्रिभुजस्य कृते घूर्णन-सममितेः क्रमं ज्ञापयितुं शक्नुवन्ति (आकृतिः 14.14) ?



आकृतिः 14.14

(b) यदा उपर्युक्तं त्रिभुजं तत्केन्द्रं परितः 120° मिते कोणे भ्राम्यते तदा कतिषु स्थितिषु त्रिभुजं पूर्ववद् दृश्यते ?

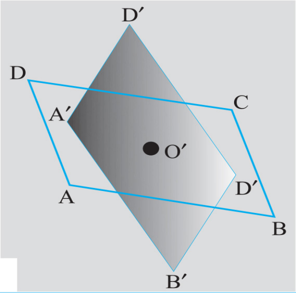
2. अधोलिखितेषु केषु आकारेषु (आकृतिः 14.15) अङ्कित-बिन्दुं परितः घूर्णन-सममितिः अस्ति ?



आकृतिः 14.15

एतान् कुर्वन्तु

द्वे सर्वसम-समान्तर-चतुर्भुजे आलिखन्तु । एकम् ABCD इति समान्तरं चतुर्भुजम् कस्मिंश्चित् कागदे तथा च द्वितीयम् A' B' C' D' इति समान्तर-चतुर्भुजम् कस्मिंश्चिद् पारदर्शिकागदे आलिखन्तु । तयोः विकर्णयोः प्रतिच्छेदबिन्दून् क्रमशः O एवञ्च O' इत्यनेन अङ्कयन्तु (आकृतिः 14.16) ।

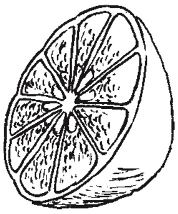


आकृतिः 14.16

समान्तरचतुर्भुजे तथा स्थापयन्तु यत् A' इति शीर्षम् A इति शीर्षे, B' इति शीर्षम् B इति शीर्षे स्यात् । एषु आकारेषु अधुना भवन्तः O इति बिन्दौ एकं धातुकण्टकं योजयन्तु । अधुना पारदर्शिक-कागदे दक्षिणावर्त-दिशि परिभ्रामयन्तु । एकस्याम् आवृत्तौ पारदर्शि-कागदे निर्मितः आकारः कागद-निर्मिताकारेण सह कतिवारं सम्पाती भवति ? अस्मिन् घूर्णनसममितेः कः क्रमः अस्ति ?

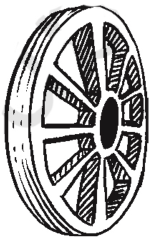
सः बिन्दुः यत्र अस्माभिः धातुकण्टकम् (pin) योजितं तद् घूर्णनस्य केन्द्रम् अस्ति । अस्यां स्थितौ अयं विकर्णानां प्रतिच्छेदबिन्दुः अस्ति ।

प्रत्येकस्मिन् वस्तुनि 1 इति क्रमस्य घूर्णन-सममितिः भवति यतो हि 360°मित-घूर्णनस्य पश्चात् (अर्थात् एकावृत्तेः अन्तरम्) तत् स्वीयां प्रारम्भिकीं स्थितिं प्राप्नोति । एतादृशीषु स्थितिषु अस्माकं रूचिः न भविष्यति । भवतां परिवेशे अनेके एतादृशाः आकाराः सन्ति येषु घूर्णन-सममितिः भवति (आकृतिः 14.17) । उदाहरणार्थं यदा वयं कानिचित् फलानि कर्तयामः तदा तेषाम् अनुप्रस्थ-परिच्छेदाः आकार-दृष्ट्या तादृशाः भवन्ति येषु घूर्णन-सममितिः भवति । यदा भवन्तः एतान् द्रक्ष्यन्ति तदा भवन्तः विस्मिताः भविष्यन्ति (आकृतिः 14.17) (i) ।



फलम्
(i)

मार्गचिह्नम्
(ii)



चक्रम्
(iii)

आकृतिः 14.17

एतादृशानि बहूनि मार्गचिह्नानि सन्ति यानि घूर्णन-सममितिं प्रदर्शयन्ति। अग्रिमवारं यदा भवन्तः कस्मिंश्चित् व्यस्तमार्गे भ्रमितुं निर्गमिष्यन्ति तदा मार्गे एतादृशानि मार्गचिह्नानि परिचिन्वन्तु तेषां च घूर्णन-सममितेः क्रमम् अपि ज्ञातुं प्रयासं कुर्वन्तु [आकृतिः 14.17(ii)]।

घूर्णन-सममितेः केषाञ्चिद् अन्येषाम् उदाहरणानां विषये चिन्तनं कुर्वन्तु। प्रत्येकस्यां स्थितौ अधोलिखितानां विषये चर्चाम् अपि कुर्वन्तु आकृतिः -

(i) घूर्णन-केन्द्रम् (ii) घूर्णनकोणः

(iii) घूर्णनं कस्यां दिशि अभवत् (iv) घूर्णन-सममितेः क्रमः

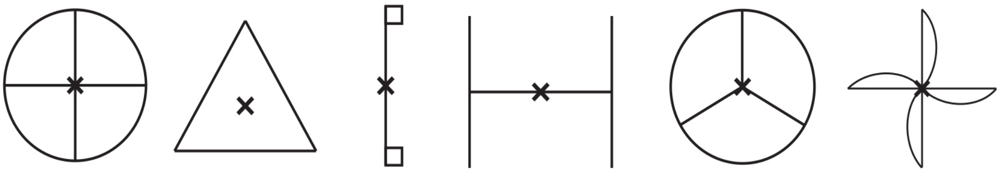
प्रयासं कुर्वन्तु

प्रदत्ताकृतीनां कृते x इति अङ्कितबिन्दुं परितः घूर्णनसममितेः क्रमं बोधयन्तु(आकृतिः 14.18)।

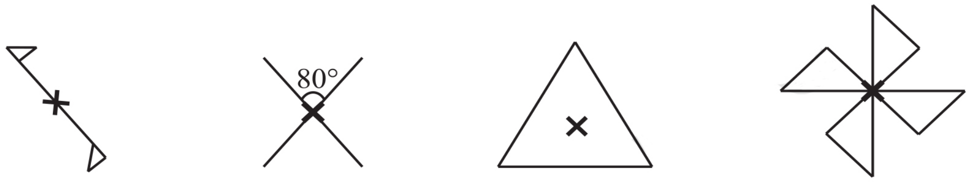
(i) (ii) (iii)
आकृति 14.18

प्रश्नावली 14.2

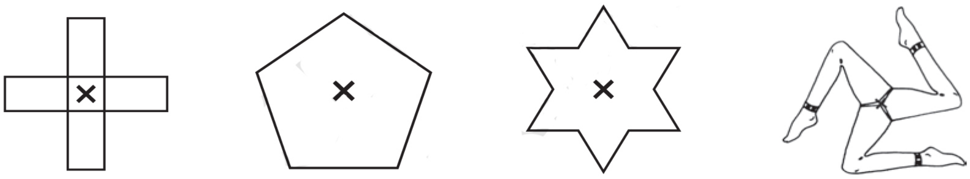
1. अधोलिखिताकृतिषु कासु आकृतिषु सममितेः क्रमः एकाधिकः अस्ति।


(a) (b) (c) (d) (e) (f)

2. प्रत्येकम् आकृतेः घूर्णन-सममितेः क्रमं बोधयन्तु।



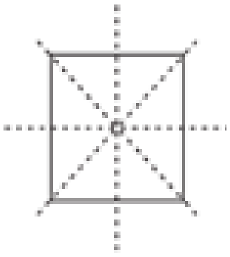
(a) (b) (c) (d)

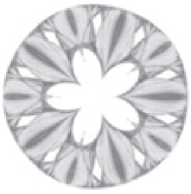

(e) (f) (g) (h)

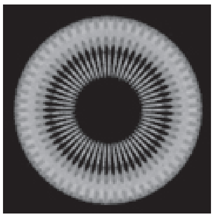
14.4 रैखिक-सममितिः अथ च घूर्णन-सममितिः

भवन्तः अधुना पर्यन्तम् अनेकान् आकारान् तेषां च सममितीः पश्यन्तः सन्ति। अधुना पर्यन्तं भवद्भिः एतत् अधिगतं स्याद् यत् केषुचिद् आकारेषु केवलं रैखिक-सममितिः एव भवति, केषुचिद् केवलं घूर्णन-सममितिः भवति अथ च केषुचिद् आकारेषु उभयविधा रैखिक-घूर्णन-सममितिः भवति।

उदाहरणार्थं कस्यचिद् वर्गस्य आकारं पश्यन्तु (आकृतिः 14.19)।


आकृतिः 14.19





अस्मिन् कति सममित-रेखाः सन्ति ?

किम् अस्मिन् काचिद् घूर्णनसममितिः अस्ति ?

यदि उत्तरम् 'आम्' इति अस्ति तर्हि घूर्णन-सममितेः क्रमः कः अस्ति ?

अस्मिन् विषये विचारं कुर्वन्तु।

किमपि वृत्तं सर्वाधिकपूर्णा सममिताकृतिः अस्ति यतो हि वृत्तं तदीय-केन्द्रं परितः कस्मिंश्चिदपि कोणे भ्रामयित्वा सा आकृतिः (वृत्तम्) एव प्राप्तुं शक्यते अर्थाद् अस्मिन् अपरिमितरूपेण अनेक-क्रमाणां घूर्णनसममितयः सन्ति तथा च सममेव अस्य अपरिमित-सममितरेखाः सन्ति। वृत्तस्य किमपि प्रतिरूपं पश्यन्तु। केन्द्रात् भूत्वा गम्यमाना प्रत्येकं रेखा (अर्थात् प्रत्येकं व्यासः) परावर्तन-सममितेः एका सममितरेखा अस्ति तथा च केन्द्रं परितः प्रत्येकं कोणस्य कृते अस्य एका घूर्णनसममितिः अस्ति।

एतान् कुर्वन्तु

आङ्ग्ल-वर्णमालायाः केषुचिद् वर्णेषु अद्भुताः आकर्षकाः च सममिति-संरचनाः सन्ति। केषु दीर्घवर्णेषु केवलम् एका एव सममितरेखा अस्ति (यथा E) ? केषु दीर्घवर्णेषु द्वितीय-क्रमस्य घूर्णन-समिमितिः अस्ति (यथा I) ?

उपर्युक्तविधिना विचारयन्तः भवन्तः अधोलिखित-तालिकां पूरयितुं समर्थाः भविष्यन्ति :

वर्णमालायाः वर्णः	रैखिक-सममितिः	सममितरेखाणां सङ्ख्या	घूर्णनसममितिः	घूर्णनसममितेः क्रमः
Z	न	0	आम्	2
S				
H			आम्	
O	आम्		आम्	
E	आम्			
N	आम्		आम्	
C				

प्रश्नावली 14.3

1. कयोश्चिद् द्वयोः आकृत्योः नाम बोधयन्तु ययोः रैखिकसममितिः तथा च प्रथम-क्रमाद् अधिका घूर्णनसममितिः इति उभे एव स्याताम्।

2 . यत्र सम्भावना स्यात् तत्र अधोलिखितानाम् अभ्यासाकृतिम् आलिखन्तु -

(i) एकं त्रिभुजं यस्मिन् रैखिकसममितिः अथ च प्रथम-क्रमाद् अधिका घूर्णनसममितिः इति उभे स्याताम्।

(ii) एकं त्रिभुजं यस्मिन् केवलं रैखिकसममितिः तथा च प्रथम-क्रमाद् अधिका घूर्णनसममितिः न स्यात्।

(iii) एकं चतुर्भुजं यस्मिन् प्रथम-क्रमाद् अधिका घूर्णनसममितिः स्यात् किन्तु रैखिकसममितिः न स्यात्।

(iv) एकं चतुर्भुजं यस्मिन् केवलं रैखिकसममितिः स्यात् परन्तु प्रथम-क्रमाद् अधिका घूर्णनसममितिः न स्यात्।

3. यदि कस्याश्चिद् आकृतेः द्वे अथवा द्व्यधिकाः सममित-रेखाः स्युः तर्हि किम् एतद् आवश्यकम् अस्ति यत् तस्मिन् प्रथम-क्रमाद् अधिका घूर्णनसममितिः भविष्यति ?
4. रिक्त-स्थानानि पूरयन्तु :

आकारः	वर्गः	आयतः	समचतुर्भुजम्	समबाहुत्रिभुजम्	समषड्भुजम्	वृत्तम्	अर्धवृत्तम्
घूर्णनकेन्द्रम्							
घूर्णनसममितेः क्रमः							
घूर्णनकोणः							

5. एतादृशानां चतुर्भुजानां नामानि बोधयन्तु येषु रैखिकसममितिः तथा च प्रथम-क्रमाद् अधिका घूर्णनसममितिः इति उभे एव स्याताम् ।
6. यदि काञ्चिद् आकृतिं तदीय-केन्द्रं परितः 60°मिते कोणे भ्रामयामः तर्हि सा आकृतिः स्वीयप्रारम्भिक-स्थितिः इव दृश्यते । अस्याः आकृतेः कृते अन्ये के कोणाः भवितुम् अर्हन्ति ?
7. किम् अस्माभिः काचिद् एतादृशी प्रथम-क्रमाद् अधिका घूर्णन-सममितिः प्राप्तुं शक्यते यस्याः घूर्णनस्य कोणौ अधोलिखितौ स्याताम् ?
   (i) 45° (ii) 17°?

अस्माभिः का चर्चा कृता ?

1. यदि कस्याञ्चित् आकृत्याम् एका रेखा एतादृशी स्यात् यस्याः अनुदिशं तस्याम् आकृत्यां वक्रीकृतायां सत्याम् आकृत्याः उभौ भागौ परस्परं सम्पातिनौ भवेतां तदा सा आकृतिः रैखिक-सममितिः भवति
2. समबहुभुजेषु समानभुजाः समानाः च कोणाः भवन्ति। तेषाम् अनेकाः अथवा तदधिकाः सममितरेखाः भवन्ति ।
3. प्रत्येकं समबहुभुजस्य तावत्यः एव सममितरेखाः भवन्ति यावत्यः तस्य भुजाः भवन्ति ।

समबहुभुजम्	समषड्भुजम्	समपञ्चभुजम्	वर्गः	समबाहुत्रिभुजम्
सममितरेखाणां सङ्ख्या	6	5	4	3

4. दर्पण-परावर्तनेन एतादृशी सममितिः प्राप्यते यस्यां वामदक्षिणस्थानाम् अभिमुखानाम् अवधानं करणीयं भवति ।
5. घूर्णने किमपि वस्तु एकं निश्चितबिन्दुं परितः परिभ्राम्यते। अयं बिन्दुः घूर्णनकेन्द्रम् इति उच्यते । यस्मिन् कोणे किमपि वस्तु भ्रमति सः घूर्णनकोणः इति कथ्यते । अर्धवृत्तस्य अथवा अर्धावृत्तेः अर्थः 180° मितं ... घूर्णनम् अस्ति अथ च चतुर्थांशावृत्तेः अर्थः 90°मितं घूर्णनम् अस्ति । घूर्णनं दक्षिणावर्तं वामावर्तम् उभयमेव भवितुं शक्नोति ।
6. यदि घूर्णनान्तरं वस्तु स्थित्यनुसारं पूर्ववद् दृश्यते तदा वयं कथयामः यत् तस्मिन् घूर्णन-सममितिः अस्ति ।
7. यदि एकस्यां पूर्णावृतौ (360°मिते) किमपि वस्तु यावद्-वारं स्थित्यनुसारं पूर्ववद् एव दृश्यते तदा सा सङ्ख्या तस्याः घूर्णनसममितेः क्रमः इति उच्यते । उदाहरणार्थं कस्यचिद् वर्गस्य घूर्णन-सममितिक्रमः 4 अस्ति तथा च कस्यचित् समबाहुत्रिभुजस्य घूर्णनसममितिक्रमः 3 अस्ति ।

8. केषुचिद् आकारेषु केवलम् एका एव सममिति-रेखा भवति यथा E वर्णः ; केषुचिद् घूर्णनसममितिः एव भवति, यथा S वर्णः तथा च केषुचिद् अन्येषु उभयविधा सममितिः भवति यथा H वर्णः । सममितेः अध्ययनम् एतदर्थं महत्त्वपूर्णम् अस्ति यतो हि अस्याः प्रयोगः अधिकांशतः अस्माकं दैनन्दिनव्यवहारे भवति अथ च अस्माद् अपि अधिकं महत्त्वम् अनेन कारेण अस्ति यद् इयम् अस्माकं कृते सुन्दरम् आकर्षकञ्च प्रारूपं प्रदातुं शक्नोति ।